

## 1. Základní pojmy teorie pravděpodobnosti

### 1.1. Náhodné jevy

- **Pokus** - splnění určitého souboru podmínek má za následek výskytu určitého jevu.

Př.: Zahřátí vody, magnetická střelka.

Jde o pokusy deterministické - známe algoritmus, který vždy stejným způsobem po vždy stejném konečném počtu kroků vede k témuž výsledku. Opakem je pokus indeterministický, kdy není možné přesné analytické řešení - tehdy opakováním algoritmu stále více zpřesňujeme výsledek, až se dostane do předem daného intervalu přesnosti.

- **Náhodný jev** - může nebo nemusí nastat, značíme velkými tiskacími písmeny A, B, C...
- **Nemožný jev** - nenastane nikdy, jeho pravděpodobnost je nulová, značí se  $\emptyset$ .
- **Jistý jev** - nastane vždy, jeho pravděpodobnost je rovna jedné, značí se  $\Omega$ .

### 1.2. Operace s náhodnými jevy

- **Průnik** ( $A \cap B$ ) značí, že nastane jev A a zároveň i jev B.
- **Sjednocení** ( $A \cup B$ ) značí, že nastane buď jev A nebo jev B nebo (což je dobré vědět...) oba najednou.

Operace průniku a sjednocení lze provádět u libovolného počtu jevů. Jsou-li A a B disjunktní jevy, pak platí  $A \cap B = \emptyset$ .

- **Opačný jev k A** nastane právě tehdy, nenastane-li jev A. Značí se  $\bar{A}$  (pozor na definice, opačné číslo není totéž co záporné číslo, viz čísla komplexní atd.). Platí tedy:

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

$$A \cup \bar{A} = \Omega$$

*Poznámka:* V praxi je někdy jednodušší spočítat pravděpodobnost jevu opačného a výslednou pravděpodobnost určit odečtením od čísla jedna.

- **Elementární jev A** nelze vyjádřit jako sjednocení dvou jevů různých od jevu A, jde tedy o nejjednodušší výsledek pokusu.

### 1.3. Pravděpodobnost

#### 1. Klasická (Laplaceova) definice

$$P(A) = \frac{m(A)}{m}$$

Tedy pravděpodobnost jevu A je číselně vyjádřena poměrem, ve kterém  $m$  je počet všech výsledků pokusů a  $m(A)$  je počtem výsledků příznivých jevu A. Jednou ze základních podmínek této definice je *konečný počet* výsledků. Pro nekonečně velká  $m$  tato teorie nepostačuje.

## 2. Statistická definice

$$P(A) \cong \frac{n(A)}{n}$$

Opakujeme náhodný pokus  $n$ -krát, přičemž předpokládáme, že výskyt náhodného jevu  $A$  pozorujeme v  $n(A)$  případech. Číslo  $n(A)$  se nazývá četností jevu  $A$ . Poměr  $\frac{n(A)}{n}$  se pak označuje jako poměrná četnost jevu  $A$ . Jestliže se s rostoucím  $n$ , tedy se zvyšováním počtu opakování pokusu, relativní četnost  $\frac{n(A)}{n}$  blíží nějakému číslu, pak toto číslo můžeme považovat za pravděpodobnost daného jevu. Při velkém počtu pokusů se bude relativní četnost blížit pravděpodobnosti daného jevu. Klasickou i statistickou definicí tak získáme stejnou hodnotu pravděpodobnosti.

## 3. Axiomatická (Kolmogorovova) definice

Zavedl ji ruský matematik Kolmogorov<sup>1</sup> v roce 1933. Je založena na axiomatizaci nad množinou vybavenou  $\sigma$ -algebrou.

Předpokládá existenci konečné nebo neprázdné množiny, kterou nazývá jevové pole. Toto pole obsahuje prvky, kterými jsou elementární jevy. Dále je určen systém podmnožin jevového pole, jehož prvky jsou náhodné jevy. Platí:

- a) Takové jevové pole obsahuje jev jistý  $\Omega$  a nemožný  $\emptyset$ .
- b) S každým jevem  $A$  musí obsahovat i jev opačný  $\bar{A}$ .
- c) S každým systémem spočetných jevů (konečným nebo nekonečným) obsahuje jevové pole i průnik a sjednocení těchto jevů.

Každému takovému jevu  $A$  (prvku množiny jevového pole) lze přiřadit pravděpodobnost  $P(A)$ , což je číslo z intervalu  $\langle 0; 1 \rangle$ . Pravděpodobnost celého jevového pole je stejná jako pravděpodobnost jistého jevu, tj.  $P(\Omega) = 1$ . Pravděpodobnost sjednocení konečné nebo spočetně mnoha jevů (samozřejmě disjunktních) je rovna součtu jejich pravděpodobností:

$$(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2). \quad (1)$$

Shoda klasické a axiomatické definice: Pokud má pokus konečný počet vzájemně nezávislých výsledků, přičemž tyto výsledky jsou stejně pravděpodobné, neboli se jedná o konečné jevové pole, přičemž výsledky každého elementárního jevu mají stejnou pravděpodobnost, jsou tyto definice záměnné.

Pravidlo o sčítání pravděpodobnosti platí *pouze* pro disjunktní jevy (prázdný průnik)!

---

<sup>1</sup>Doporučuji říci si jeho jméno třikrát rychle za sebou, pokud při tom budete kolem počítače skákat na jedné noze, uděláte zkoušku z ISTM