
Univerzita Hradec Králové
Pedagogická fakulta
Katedra fyziky a informatiky

Metoda Monte Carlo
Generátory náhodných čísel

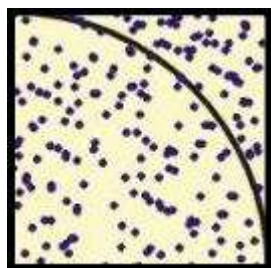
Studijní text předmětu INUM

Věnováno památce Ondřeje Kořínka

Metoda Monte Carlo

Jedná se o numerickou výpočetní metodu, která je založena na využití náhodných veličin a teorie pravděpodobnosti. Velkého rozmachu dosáhla v 2. polovině 20. stol. s nástupem počítačů (udělat 100 náhodných pokusů – třeba hodů kostkou – je práce na hodinku; udělat 10^9 pokusů je pro člověka práce na několik měsíců, počítač to zvládne za několik sekund).

Tato metoda vyžaduje dobrý generátor náhodných čísel a vhodný algoritmus řešení. Vše si ukážeme na příkladu určení hodnoty čísla π . Je jasné, že vepíšeme-li čtverci čtvrtkružnici, bude pro plochu čtverce a čtvrtkružnice platit:



$$S_{\text{čtverce}} = r^2$$

$$S_{\text{kruhu}} = \frac{\pi r^2}{4}$$

Pokud bychom znali obě dvě plochy, můžeme číslo π vyjádřit jako (ověřte!):

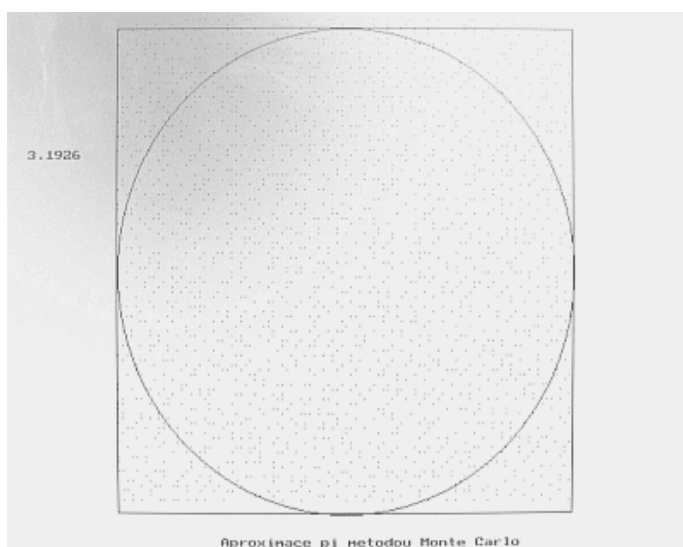
$$\pi = 4 \frac{S_{\text{kruhu}}}{S_{\text{čtverce}}}$$

Předpokládejme nyní, že budeme na čtverec házet šípky. Předpokládejme rovněž, že budou dopadat na čtverec zcela náhodně a rovnoměrně (obojí je velmi důležité). Pak můžeme prohlásit, že počet „zásahů“ je přímo úměrný ploše. Můžeme tedy vzorec upravit na tvar

$$\pi = 4 \frac{n_{\text{kruhu}}}{n_{\text{čtverce}}},$$

kde n_{kruhu} je počet zásahů do čtvrtkružnice a $n_{\text{čtverce}}$ je počet všech zásahů do čtverce a zároveň i do čtvrtkružnice. Výsledek bude tím přesnějším, čím více provedeme „hodů“.

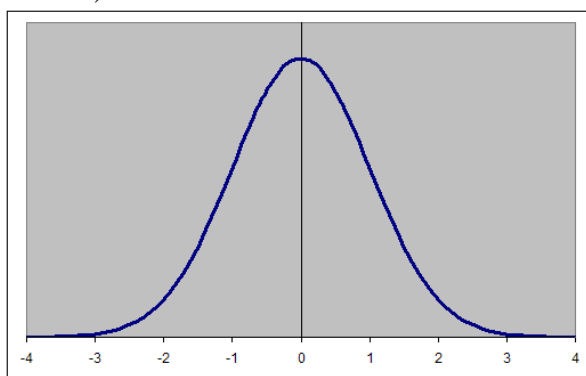
Příklad ilustruje program napsaný v Turbo Pascalu (místo čtverce a čtvrtkružnice využívá celou kružnici a čtverec o straně délky $2r$):



Kromě tohoto ilustračního příkladu lze metodu Monte Carlo s výhodou využít k výpočtům určitých vícerozměrných integrálů, v termodynamice, k modelování fázových změn (tání, tuhnutí, vypařování), chování mnohočasticových systémů, magnetických domén ve feromagnetikách apod.

Generátory náhodných čísel

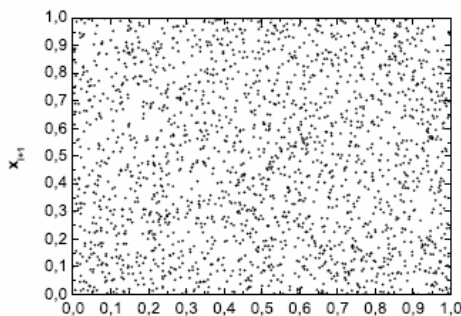
Jak bylo výše zmíněno, pro metodu Monte Carlo (a různé další věci, velmi aktuální je dnes šifrování) potřebujeme generátor náhodných čísel. Ve většině případů se NEJEDNÁ o počítačový program. Ty jsou označovány jako generátory pseudonáhodných čísel (jedná se například o funkci `random()` v Pascalu apod.). Tyto generátory totiž čísla generují např. pomocí odvození ze systémového času. Proto dříve či později v tomto pseudonáhodném signálu najdeme nějakou periodu a rozložení těchto čísel neodpovídá náhodnému (Gaussovskému, normálovému) rozložení:



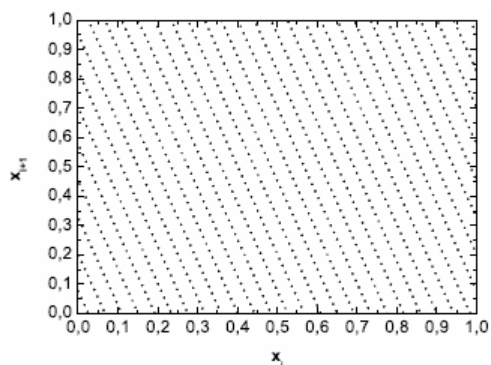
Existují programy, které poskytují lepší výsledky – jde o generátory založené na tzv. `random seed` (= náhodné semínko ;-). Jedná se o opravdu náhodné číslo, získané např. jako čas mezi dvěma stisky klávesy na klávesnici nebo z náhodného pohybu myši (uživatel je vyzván, aby nějaký čas náhodně rejdl myši po podložce). Pomocí tohoto náhodného čísla jsou pomocí poměrně složitých algoritmů odvozena další čísla.

Nejdokonalejší jsou fyzikální generátory náhodných čísel. Tyto generátory odvozují čísla z opravdu náhodných dějů. Např. podle zákonů kvantové fyziky je pravděpodobnost rozpadu atomového jádra izotopu přesně 50%. Lepší generátor náhody si nemůžeme přát. Jiná (a v praxi používanější) metoda spočívá v digitalizaci náhodných šumů na polovodičovém přechodu. Tyto šумы jsou zcela náhodné a po jejich nahrání do počítače (klidně přes obyčejnou zvukovou kartu) a digitalizaci získáme soubor nádherně náhodných dat.

K testování generátorů náhodných čísel se používají různé metody – frekvenční test (tzv. test dobré shody), test náhodnosti výskytu a další. Nejlépe pochopitelný je test grafický. Necháme generátor generovat dvojice čísel z určitého intervalu, které graficky vynášíme. Z jejich rozložení jako bodů v ploše usoudíme na náhodnost jevu. Opravdu náhodné rozložení by mělo vypadat takto:



Pokud totéž provedeme s generátorem pseudonáhodných čísel v Pascalu, obdržíme tento výsledek:



Jak vidíme, rozložení je sice rovnoměrné, rozhodně však není zcela náhodné (to je ta perioda, o které jsem psal výše).

Text neprošel jazykovou korekturou. Případné nežádoucí účinky konzultujte se svým psychiatrem. Máte-li nějaké připomínky, napište mi mail. V lepším případě Vám nepřijde žádná odpověď, v horším případě Vám přijdou různé výhrůžky, nadávky a urážky.

HŠ